

Kapitel 8. Engineering og matematik

Skolefaget matematik udgør M'et i problembaseret STEM-undervisning, men der er stadig forholdsvis få eksempler fra praksis, hvor matematik integreres i de øvrige STEM-fag som et ligeværdigt og bærende element.

Funktionel integration af matematik i engineering-undervisningen forudsætter et bevidst valg og en eksplicit indsats fra læreren, således at der i designprocessen løbende er fokus på at inddrage matematik både som relevant til løsning af den konkrete udfordring og som bidrag til øget matematisk læring hos eleverne.

I dette kapitel udfoldes forskellige tilgange til god fagintegration af engineering i en praksisfaglig matematisk tilgang, herunder udvalgte matematikfaglige pointer og sammenhænge, der har særlig relevans for engineering-undervisningen, og som samtidig kan berige matematikfaget og undervisningen i matematik.

Engineering som praksisfaglig didaktik i matematik

Et af de helt store potentialer i at kombinere engineering og matematik er, at man kan forbinde matematik tættere med omverdenen og give eleverne en virkelighedsnær forståelse af matematiske metoder og begreber og deres praktiske anvendelse i virkelige problemstillinger.

Når matematikken gennem arbejdet med engineering bliver mere anvendelsesorienteret, lærer eleverne ikke kun at løse opgaver og problemer af ren matematisk karakter, men også at anvende deres matematiske færdigheder og kompetencer til at tackle virkelige teknologiske udfordringer.

Anvendelsesorientering er i kapitel 7 beskrevet som en særlig praksisfaglig dimension, og i matematik står det også centralt i fagformålet, da det åbner mulighederne for at eleverne både styrker deres matematiske kompetencer og deres forståelse af, hvordan matematik bliver brugt i samfundet.

I arbejdet med autentiske engineering-udfordringer får eleverne mulighed for at opleve matematik som et nødvendigt redskab til problemløsning, og de kan udvikle et nuanceret blik på matematikken og dens anvendelse, her som en central del af fx ingeniørers måde at arbejde på og som et nødvendigt og uundværligt element i den teknologiske udvikling.

Engineering gør også matematikfaget mere praksisfagligt, når faget bidrager til, at eleverne udvikler og forbedrer en prototype. Det opleves motiverende, og det bliver håndgribeligt fagligt at samles om og referere til – både for gruppearbejdet og ved fælles opsamlinger med fokus på det matematikfaglige læringsudbytte.

Fagets formål og engineering

I læreplanerne til skolefaget matematik beskrives i fagets identitet en undervisning, som konkretiserer fagets formål, men som samtidig på flere områder tydeliggør, hvorfor engineering er relevant også i matematik. For eksempel skal der i undervisningen være fokus på de sammenhænge i verden, hvor vi møder matematikken. I det møde er det sjældent, at der er én givet fremgangsmåde og én måde at formidle et resultat på, og undervisningen må derfor sætte matematikken ind i undersøgende og problemløsende sammenhænge. Det er netop det, engineering kan bidrage med.

Nedenfor er beskrevet områder fra fagformålet, hvor der er et match med engineering som praksisfaglighed, og hvor det er meningsfuldt for begge fagligheder.

Eleverne skal have mulighed for at:

- opdage, beskrive, fortolke og forklare fænomener i verden ved hjælp af matematik
- udvikle begreber og metoder
- indgå i processer som beskrevet i de matematiske kompetencer
- forholde sig vurderende til matematikkens anvendelse
- deltage i udviklingen af matematiske modeller
- reflektere over de muligheder og begrænsninger, der kan være ved konkrete modeller.

Desuden fremmer engineering muligheden for at arbejde selvstændigt og sammen med andre og at være en aktiv, undersøgende og ligeværdig deltager i klassens samarbejde om og med matematik.

Opsummerende kan man sige, at når matematik og engineering tænkes sammen i grundskolen, kan eleverne opleve en praktisk og anvendelsesorienteret tilgang til matematik. De lærer at løse matematiske problemer i en tværfaglig kontekst og at anvende deres matematiske færdigheder og kompetencer til at tackle virkelige og teknologiske udfordringer. Dette styrker såvel deres matematiske kompetencer som deres forståelse af, hvordan matematik bruges i samfundet, samtidig med at det åbner mulighed for at udforske matematik på nye måder. Ved at arbejde med autentiske engineering-udfordringer får eleverne mulighed for at opleve matematik som et levende og nødvendigt redskab til problemløsning og derigennem blive nysgerrige på matematikkens rolle.

Matematikfaglige mål i engineering

Udvikling af matematiske kompetencer

Matematisk kompetence defineres som indsigtfuld parathed til at handle i situationer, hvor det er hensigtsmæssigt at bruge matematikken. Altså kan eleverne, når de arbejder med engineering i matematik, også udvikle de matematiske kompetencer. Disse matematiske

handlinger er ofte fordelt mellem følgende kompetencer: kommunikation, modellering, problembehandling, ræsonnement og tankegang, repræsentation og symbolbehandling samt hjælpemidler.

Matematikundervisning i folkeskolen sigter mod at udvikle seks matematiske kompetencer, der sætter eleverne i stand til at begå sig hensigtsmæssigt i deres møde med matematik i verden omkring dem. Det er centralt at arbejde med de matematiske kompetencer i autentiske situationer, der peger ud i elevernes livsverden, herunder at skulle omsætte kompleksiteten i virkeligheden til noget, der kan rummes af og behandles med matematikken. Det gælder fx evnen til at analysere en problemstilling, udvikle løsninger og kommunikere resultater, men det kan også handle om, hvordan man helt konkret afgrænser en model, så den på den mest hensigtsmæssige vis bidrager til den løsning, man arbejder hen imod. Engineering designprocessen kan vise eleverne, hvordan matematiske kompetencer kan bringes til anvendelse i verden omkring dem og kvalificere deres møde med verden.

Engineering-forløb og de enkelte delprocesser kan typisk bidrage til udviklingen af flere af de matematiske kompetencer, men i hvilket omfang og i hvilken grad dette understøttes, afhænger af lærerens tilrettelæggelse af forløbet og elevernes valg i de enkelte delprocesser.

Udvikling af eksisterende matematiske færdigheder

I folkeskolens matematikundervisning er det et centralt mål, at eleverne lærer at anvende matematik som et redskab til at forstå og beskrive verden omkring sig. Matematik er et system af redskaber, der hjælper eleverne med at analysere og løse problemer i hverdagen, samfundslivet og på arbejdsmarkedet. På den måde vil man selv gennem matematiks rolle som værktøj opleve, at matematikken tager noget med fra mødet med engineering.

Matematikfaget har som værktøj til problemløsning meget at byde ind med, og det kan i høj grad være med til at kvalificere engineering designprocessen. Det kan blandt andet være ved at analysere og kvantificere den verden, som engineering-udfordringen skal finde løsninger til, eller det kan være gennem helt grundlæggende færdigheder som tegning, målinger eller beregninger af fx målestoksforhold og lign., når eleverne er i delprocessen *konkretisere*.

Samtidig kan hele engineering-processen, der involverer delprocesser som at forstå en udfordring, indsamle viden, udvikle ideer, konstruere og teste prototyper, drage nytte af de matematiske kompetencer, som eleverne udvikler i folkeskolen. Matematik kan her bruges som værktøj til at kvantificere, modellere og optimere løsninger. For eksempel kan eleverne anvende algebra til at beskrive forhold, geometri til at forstå rumlige relationer, statistik til at undersøge faktiske forhold og sandsynlighed til at vurdere mulige udfald og risici.

Kobling mellem de syv delprocesser og matematiske kompetencer

I en engineering designproces tager eleverne udgangspunkt i et autentisk problemfelt og handler for at løse en udfordring fra virkeligheden. En engineering designproces har derfor en helt særligt faglig sammenhæng med matematisk modellering, da det netop handler om at kunne håndtere virkeligheden matematisk af noget, der i udgangspunktet ikke er matematisk.

Den matematiske modelleringsproces kan opdeles i flere delprocesser, hvoraf en eller flere typisk vil indgå i en engineering-proces, og derfor vil det ofte være sådan, at eleverne udvikler deres modelleringskompetence i et engineering-forløb. Senere i afsnittet vises der, med udgangspunkt i to forløbsbeskrivelser, eksempler på, hvordan de øvrige matematiske kompetencer kan komme til udtryk i de syv delprocesser.

Matematisk modellering og engineering

I det følgende beskriver vi, hvordan matematisk modellering kan komme i anvendelse i forbindelse med engineering. Hovedpointen er, at når matematik anvendes for at løse et autentisk problem, er der tale om matematisk modellering. Modellering er nøglen til at bringe matematik i brug som et redskab ved problemanalyse, problembeskrivelse og problemløsning.

Typisk kommer alle de matematiske kompetencer i spil, når der arbejdes med matematisk modellering, så eleverne kan udvikle flere af kompetencerne ved at tage udgangspunkt i matematisk modellering i en engineering-udfordring. I engineering beskæftiger eleverne sig altid med at finde en konkret løsning og bygge en prototype – noget, man kan røre ved eller gøre noget med. Herved kan eleverne opleve, at matematiske symboler, regneoperationer og metoder kan bruges til at skabe noget i virkelighedens verden.

Den matematiske modelleringsproces kan illustreres ved et diagram som i figur 8.1. Det centrale består i at komme fra et fænomen i virkeligheden til beskrivelsen af fænomenet gennem de matematiske repræsentationer, der samlet udgør modellen, og derefter tilbage igen. Når man har omsat virkeligheden til en matematisk model, kan den matematiske behandling af problemet efterfølgende foregå inden for matematikkens egne rammer med de dertil hørende symboler, regler og stringens.



Figur 8.1: Matematisk modellering er en proces som på figuren her er illustreret gennem en række faser. Faserne er indbyrdes afhængige og de fuldt optrukne pile angiver den fremadrettede sammenhæng. De stiplede pile angiver, at der undervejs i processen kan være nødvendigt at vende tilbage til en tidligere fase fx hvis resultatet af en matematisk beregning ikke er brugbar til løsningen. Model venligst stillet til rådighed af Systime.

Modellering inkluderer – ud over selve modelleringskompetencen – typisk andre matematiske kompetencer. Afgrænsning af problemet og oversættelsen fra virkelighed til matematik omfatter kommunikations-, repræsentations- og symbolbehandlingskompetencer. Den matematiske løsning af problemet involverer problembehandlingskompetence og fx ræsonnements- og hjælpemiddelkompetence, mens oversættelsen tilbage til virkeligheden, modelkritik samt præsentation af løsningen bl.a. involverer kommunikations- og repræsentationskompetence.

Udvikling af matematiske kompetencer i designprocesser

Som beskrevet tidligere vil eleverne kunne udvikle næsten alle de matematiske kompetencer gennem engineering. Dog afhænger det naturligvis dels af problemfeltet, dels i hvilket omfang kompetencer er relevante for at løse udfordringen, og dels i hvor høj grad lærerne vælger at stilladsere matematikfaglige læringsprocesser i forløbet. Nedenfor er derfor beskrevet to eksempler, som illustrerer, hvordan det kan tage sig meget forskelligt ud i en designproces.

Eksempel 1*”Matematik i lodrette haver”*

Eleverne i en 7.-klasse arbejder i 4 uger med det fællesfaglige engineering-forløb ”lodrette haver”. Udfordringen lyder således:

I skal udvikle en lodret have, som passer til jeres klasseværelse eller til væggen ved kantinen. Følgende gælder for de lodrette haver:

- Skal kunne hænge lodret på en måde, så planterne (karse) får optimale lysbetingelser.
- Skal indeholde en form for vandingssystem, så der ikke skal vandes i kortere ferier og weekender, men samtidig må planterne ikke blive overvandet (drukne).
- Eventuelt overskudsvand må ikke løbe ud på gulvet/jorden, men skal opsamles eller sendes retur.
- Gødning skal udnyttes optimalt i jeres lodrette have og må ikke ledes ud fra haverne.
- Dyrkningsmaterialet (jorden) skal sammensættes optimalt i forhold til planternes optagelse af vand og gødning.

Klassens matematik- og biologilærer gennemfører forløbet sammen. I dette eksempel fremhæves, hvordan forskellige kompetenceområder fra matematik bliver bragt i spil.

I forløbet er der fokus på materialeforbrug, så da eleverne skal skitsere vandbeholderen til vandingssystemet, får de som benspænd, at de skal bruge så lidt materiale som muligt. Dvs. at overfladen på beholderen skal være mindst mulig ift. rumfang. Her skal eleverne bruge geometrien til at beregne overflade og rumfang og finde bedst mulige forhold. Det sætter gang i matematiske diskussioner i grupperne, som eleverne understøtter med skitser og beregninger. Herved trænes både kommunikations-, ræsonnements- og modelleringskompetencerne.

Også forbruget af plantefrø skal beregnes. Eleverne bliver guidet til at tænke vægt frem for antal, og ved at bruge estimeringer og systematik undersøger de, hvor mange gram frø der skal til at dække 10 x 10 cm. Derefter beregner de den samlede mængde ud fra deres prototypes beplantningsareal. Her bringes elevernes problembehandlingsstrategier i spil.

Når eleverne når til delprocessen *konkretisere*, skal de være helt konkrete og præcise omkring deres udformning af deres lodrette haver. Derfor skal de ud fra et egnet målestoksforhold tegne en målfast tegning af deres kommende prototype, og de træner derved kompetenceområdet matematiske repræsentationsformer.

Dette forløb har et særligt krav til præsentationen. Klassen skal deltage i Folkemødet på Bornholm og dér præsentere deres lodrette have. Dette gør, at eleverne er meget bevidste om at formidle deres nye viden i deres præsentationer. Grupperne bliver derfor enige om at medbringe skitser for dermed at tydeliggøre prototypernes opbygning og funktionaliteter, ligesom det er en støtte i præsentationen at inddrage et så centralt arbejdsdokument fra processen.

Eksempel 2*"Matematik og en katapult til kejser Augustus"*

En 5.-klasse skal arbejde med matematik og engineering ud fra et narrativ fra Romerriget. De skal udvikle en katapult til kejser Augustus. Klassens matematiklærer gennemfører forløbet alene hen over tre uger. Narrativ og udfordring lyder således:

Kejser Augustus (63 f.Kr. - 14 e.Kr.) ønsker at udvide sit territorium. Dette vil han gøre mod nord, men han møder kraftig modstand og stærkt befæstede byer med store fæstningsværker. Han har brug for et stærkt våben mod de befæstede byer, og derfor skal I hjælpe ham med at bygge nye katapulter. Udfordring: I skal bygge en katapult, der kan skyde over fæstningsværket og ramme husene i byen. Katapulten skal kunne:

- skyde med en centicube
- skyde over en 30 cm høj mur, som er placeret 20 cm fra katapulten
- affyres ved hjælp af maks. 2 fingre.

Som indledning til forløbet ser eleverne videoer af forskellige typer katapulter. Når begejstringen over katapulternes skydeevne har lagt sig, fokuseres på den affyrede kugles bane. Eleverne skal beskrive kuglens forløb, og for at understøtte kommunikationskompetencen giver læreren dem matematiske begreber som fx affyringsvinkel, kuglebane og maksimal højde og opfordrer ligeledes eleverne til at lave skitser, mens de diskuterer.

Dette fører til mange interessante diskussioner. Flere grupper ender med at filme små kast for at se, hvordan kuglens bane er, og de når alle frem til den erkendelse, at kuglen bevæger sig symmetrisk omkring toppunktet. Her er kompetencen ræsonnement og tankegang i spil, da eleverne selv indser, at matematikken kan hjælpe dem til at løse opgaven. I delprocessen *konstruere* arbejder eleverne ud fra deres nye viden om kuglens bane. Alle grupperne har skitser, der viser, at kuglens bane skal have toppunkt over byens fæstningsværk, og udfordringen for mange er at finde den rette affyringsvinkel, så husene bag fæstningsværket rammes. Dette giver mange iterationer, og alle grupper må flere gange genbesøge deres skitser, ideprocessen og udføre nye undersøgelser. Dermed forbedrer eleverne både deres undersøgelser, deres ideproces og deres konstruktion.

Afslutningsvis præsenterer alle grupper deres prototype, og det er tydeligt, at det fælles matematiske sprog, som eleverne kan bruge om katapultens egenskaber, giver faglige diskussioner undervejs. Klassen er særligt optaget af, hvilken forskel affyringsvinklen giver ift. kuglens landing. De ved nu, at affyringsvinkel = landingsvinkel, men de overvejer, hvad der giver størst effekt, når kuglen lander - om den lander så lodret som muligt eller så vandret som muligt.

Nedenfor udfolder vi gennem de to tidligere beskrevne matematikseksempler, hvordan matematiske kompetencer kommer til udtryk i de syv delprocesser.

Forstå udfordringen: At forstå en problemstilling er et element i alle former for problemløsning – herunder virkelige problemer, som naturligt optræder i matematisk modellering og matematisk problemløsning. Desuden kan der i denne delproces være behov for at udtrykke udfordringen i et sprog, der indeholder matematiske formuleringer.

I eksempel 2, "Matematik og en katapult til kejser Augustus", anvendes en historisk kontekst for at skabe et narrativ for anvendelser af katapulter. Det er ikke at foretrække ift. elevernes oplevelse af autenticitet, da evaluering viser, at det ikke fremmer elevernes motivation, men det er valgt i dette forløb, fordi det gav muligheder for at udvikle nogle særlige matematiske kompetencer hos eleverne. Tankegangskompetencen kommer i spil, når eleverne skal vurdere, om og hvordan matematik kan bidrage til en løsning på problemet. Eleverne skal gennemtænke, hvad de forskellige krav til katapulten betyder, og hvordan de skal inddrage matematik for at opfylde kravene til, hvor langt kuglen skal kunne nå, blandt andet ved at forstå, hvilken bane centicuben følger.

Undersøge: Problembehandlingsstrategier indgår, når eleverne opdeler problemet i elementer, der kan undersøges hver for sig. Undersøgelser involverer ofte matematiske modeller, fx i form af formel- og funktionsmodeller, ligninger, statistiske modeller, som repræsenteres gennem tabeller, grafer, diagrammer eller lignende. Matematiske hjælpemidler som programmet GeoGebra kan med fordel inddrages, og matematiske hjælpemidler til talbehandling som regneark eller CAS-programmer kan komme på tale.

I eksempel 1, "Matematik i lodrette haver", brugte eleverne deres viden fra matematiktimerne til at lave systematiske optællinger, som de skrev ind i et regneark. Senere i forløbet undersøgte og beregnede eleverne, hvor mange gram karsefrø de skulle bruge i deres have.

Få ideer: Kommunikation er en væsentlig del af idegenereringen. Afhængigt af problemet kan matematiske formuleringer komme på tale. Ræsonnementskompetencen kan indgå i form af begrundet argumentation for at overbevise sig selv og andre om ideernes holdbarhed. Modelleringskompetencen kan komme i spil gennem skitser og matematisering af ideernes indhold.

Eksempel 1, "Matematik i lodrette haver", illustrerer, hvordan eleverne skal lave visuelle modeller i form af skitser. Disse skitser bruger de, når de over for gruppen skal forklare og begrunde deres ideer om, hvordan vandbeholderens udformning skal være. Heri indgår det, at en cylinderform kan give en mindre overflade i forhold til volumen end en firkantet form.

Konkretisere: I denne delproces kan der fx indgå forskellige matematiske repræsentationsformer i form af geometriske tegninger, andre arbejdstegninger eller

beregningsmodeller. Desuden kan der arbejdes med målestoksforhold. Igen kan GeoGebra med fordel inddrages.

I eksempel 1, "Matematik i lodrette haver", arbejdede eleverne med målestoksforhold, da de ikke kunne lave de lodrette haver i fuld størrelse.

Konstruere: Konstruktion af en prototype involverer ofte matematiske ræsonnementer og argumenter, fx vedrørende beregninger, målinger, geometriske former, som kan henføres til matematisk modellering. Argumenter, der bygger på disse elementer, fx placering af prototypens forskellige dele, behandles geometrisk og beregningsmæssigt.

I eksempel 2, "Matematik og en katapult til kejser Augustus", er det vigtigt, at eleverne med matematiske ræsonnementer og overvejelser argumenterer for, hvordan de forskellige dele bliver sat sammen, så centicuben bliver sendt af sted i den rigtige vinkel.

Forbedre: Delprocessen *forbedre* kan direkte overføres til modelleringsprocessen, idet denne delproces ofte omfatter flere gennemløb af modelleringscirklen (se kapitel 6), hvor modellen forbedres og forfines, fx ved at tilføje flere elementer eller variable. Alt efter problemets karakter kan andre matematiske kompetencer også indgå i delprocesserne *få ideer*, *konkretisere* og *konstruere*.

I eksempel 2, "Matematik og en katapult til kejser Augustus", skal eleverne tilpasse og ændre deres konstruktion af katapulten, indtil den virker tilfredsstillende.

Præsentere: I præsentationen indgår valg af kommunikationsform og -niveau, valg af repræsentationer med videre, som kan relatere direkte eller indirekte til kommunikations- og repræsentationskompetencen.

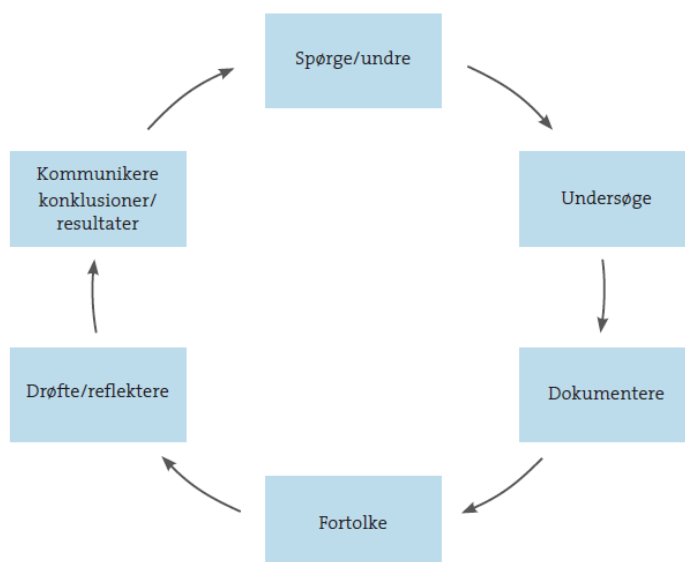
Undersøgende matematik i en designproces

I en undersøgende matematik iscenesætter læreren, evt. sammen med eleverne, en undersøgelse fx ud fra en problemstilling, hvorefter eleverne selv, ofte i grupper, gennemfører undersøgelser, mens læreren stilladserer og udstikker rammer. Sluttelig laves en opsamling på elevernes arbejde, og der uddrages konklusioner. Under elevernes arbejde opstiller de hypoteser, udvælger og afprøver strategier samt diskuterer og evaluerer deres resultater. Denne proces har stor lighed med engineering designprocessen – dog med den forskel, at eleverne ikke blot undersøger et matematisk felt eller søger efter et matematisk svar, men arbejder med udvikling af en konkret prototype og et design, som ofte kræver inddragelse af kompetencer fra flere fag.

Uanset om eleverne i et engineering-forløb får brug for at arbejde med specifikke matematiske elementer eller ej, vil forløbet kunne bidrage til at udvikle elevernes kreativitet samt deres problemløsnings- og undersøgelsesstrategier, som de kan have gavn af i den almindelige

matematikundervisning. Ofte indgår matematiske undersøgelser dog eksplicit i engineering-forløb.

Undersøgende matematikundervisning kan som regel opdeles i en række iterative delprocesser. Den cykliske model (figur 8.2) er en fremgangsmåde, som ofte anvendes ved undersøgende matematik, men i en engineering designproces vil man langt hen ad vejen kunne arbejde med tilsvarende processer.



Figur 8.2: Cyklisk model for en undersøgende tilgang (Grødum et al. 2010, gengivet fra Hansen & Hansen, 2013).

Forstå udfordringen: Denne delproces kan ikke direkte knyttes til den cykliske model, men alle undersøgelsesaktiviteter kræver, at eleverne forstår den udfordring, de står over for. I engineering-forløb, hvor det ofte er nødvendigt at trække på flere fagligheder, handler denne delproces om at have øje for, at udfordringen kan opdeles i elementer, der kan løses vha. de forskellige fagligheder, herunder fx matematiske undersøgelser.

I forløbet *Regn med vand* har eleverne brug for at forstå, at indsamling og behandling af data er en nødvendighed for at kunne besvare udfordringen.

Få ideer: Denne delproces kan direkte kobles til spørge/undre i den cykliske model. Eleverne kan evt. med støtte fra læreren stille spørgsmål som fx "hvilke beregninger skal vi lave for at kunne bestemme vandforbruget?", "hvilke data har vi brug for til vores beregninger?" og "hvordan finder vi repræsentative data?". I undersøgende matematikundervisning vil denne delproces typisk være tæt koblet til selve undersøgelsen, hvor ideerne afprøves og evalueres.

Undersøge: Dette er den centrale fase i undersøgende matematikundervisning, som regel i tæt samspil med de øvrige delprocesser, men i engineering-forløb fungerer den ofte som et led til at opnå relevant viden om materialer, fysiske processer mv., som kan bruges i det videre design og til arbejdet med konstruktion af en prototype. Hvis ikke eleverne stilladseres tilpas, kan de have tendens til at springe forholdsvis let hen over denne delproces; dette gælder også

for udfordringer, der indeholder matematiske undersøgelser, som ligeledes nødvendiggør en større grad af fastholdelse.

I forløbet *Regn med vand* har eleverne således brug for at indsamle data gennem teoretiske undersøgelser, fx statistiske materialer på nettet og oversigter fra husstandens forbrugsoversigter, eller de kan iværksætte egne konkrete undersøgelser, hvor de fx måler vandforbrug for en bruser, en vandhane, mv. Omvendt kan der ligge en motivation for eleverne i, at de matematiske undersøgelser skal bruges til at komme med forslag til konkrete tiltag om, hvordan man kan mindske vandforbruget eller måske bygge en vandsparer eller en vandopsamler.

Konkretisere: I denne delproces skal eleverne lave skitser, udvælge materialer mv. Drøfte og reflektere er en vigtig del af denne proces, idet de valg, eleverne foretager, får indflydelse på den prototype, de skal bygge. Desuden kan det henføres til undersøgelsesprocessen i den cykliske model, idet eleverne opstiller skemaer til dataindsamling, udvælger måle- eller indsamlingsmetoder og lign. Der skal måske også laves geometriske tegninger for at gøre konstruktionen af prototypen nemmere og korrekt.

Konstruere: I denne delproces konstruerer eleverne en prototype. Afhængigt af udfordringen og elevernes valg kan bygning af prototypen involvere matematiske elementer såsom målinger, geometriske konstruktioner eller figurer, beregninger mv. Hvis eleverne fx skal bygge en vandspareanordning, er der behov for målinger og beregninger, så anordningen passer til en vandhane el.lign. Specielt hvis prototypen er underlagt nogle begrænsninger i fx vægt eller mål, bliver behovet for matematiske overvejelser, beregninger og metoder påtrængende.

Forbedre: Den cykliske model er netop cyklisk, fordi delprocesserne typisk gennemføres flere gange; dog ikke nødvendigvis i entydig rækkefølge. Eleverne vil ofte springe mellem de forskellige delprocesser, ligesom det sker i engineering designprocessen. Forbedring kan ske, fx hvis eleverne opdager, at deres datagrundlag er for sparsomt eller ikke repræsentativt for den ønskede løsning; fx kan vandforbrug være afhængigt af årstid, hvilke installationer der er i husstanden, hvor længe man tager bad, osv. Der kan derfor være behov for at lave flere undersøgelser for at kunne skabe et mere generaliseret billede af forbruget.

Præsentere: Præsentationen bruges til at formidle processen, resultater, konklusioner og forslag. Dette passer godt sammen med undersøgende matematikundervisning, hvor eleverne præsenterer deres resultater og fremgangsmåder for hinanden eller for andre. Forud for præsentationen må eleverne fortolke og reflektere over deres resultater fx gennem matematiske ræsonnementer, så de kan gøre rede for gyldigheden af resultaterne. I præsentationer i engineering-forløb vil der ofte indgå relevante beregninger, tabeller og diagrammer, hvor eleverne må vurdere, hvilke matematiske repræsentationer der bedst udtrykker deres proces og resultater. Desuden må de tilpasse formidlingen til et fagligt niveau, der er passende for modtagerne.